Traitement du Signal

- Travaux Pratiques -

Thème : "Echantillonnage, Transformée de Fourier d'un signal échantillonné"

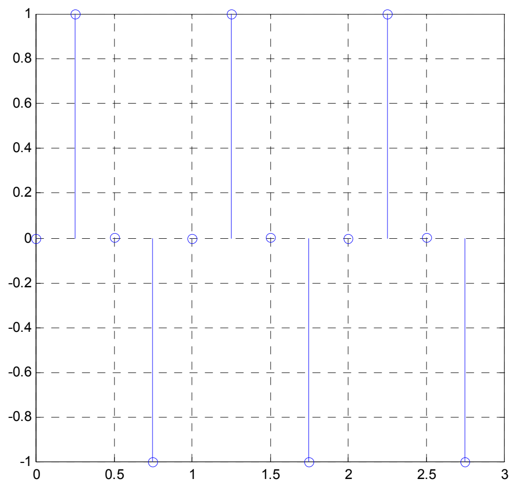
- Indications sur les résultats à obtenir -

…

3) Etude de l'échantillonnage

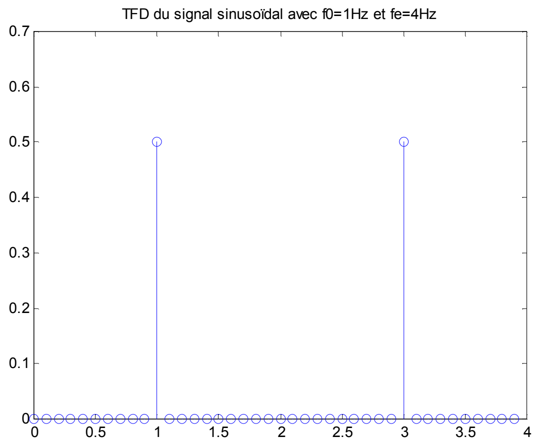
…

3.1.1) On choisit d'échantillonner ce signal à la fréquence f_e=4 Hz. Vérifier que cette fréquence d'échantillonnage est correcte, du point de vue théorique (en justifiant la réponse). Ecrire un programme permettant de générer et d'afficher quelques périodes du signal s(t).



3.1.4) Afficher son spectre à l'aide de la fonction fft (l'algorithme FFT, pour Fast Fourier Transform, est un algorithme de calcul rapide de la TFD, Transformée de Fourier Discrete), par exemple de la manière suivante :

```
tfd=fft(s,N)/N;     %TFD du signal s, sur N échantillons
```



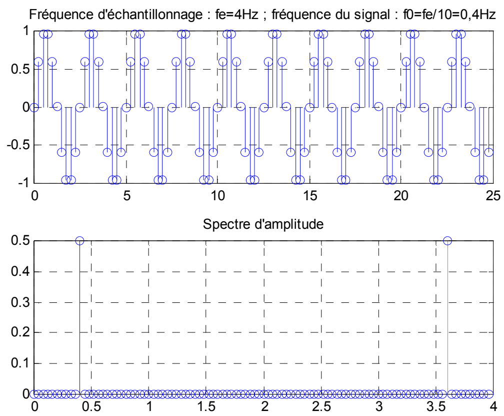
Sous-échantillonnage

…

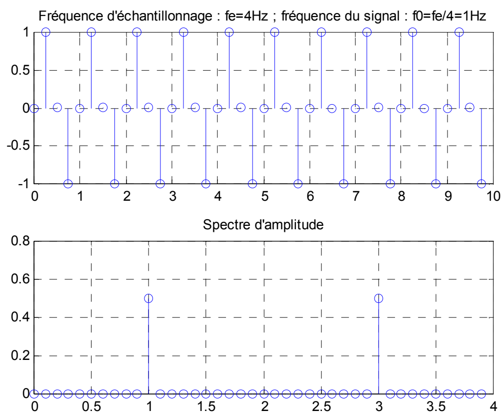
3.1.6) Observer l'effet du sous-échantillonnage en faisant varier la fréquence du signal aux valeurs suivantes :

$f_0=f_e/10$ $\quad$ $f_0=f_e/4$ $\quad$ $f_0=f_e/2$ $\quad$ $f_0=f_e*3/4$ $\quad$ $f_0=f_e*10/9$

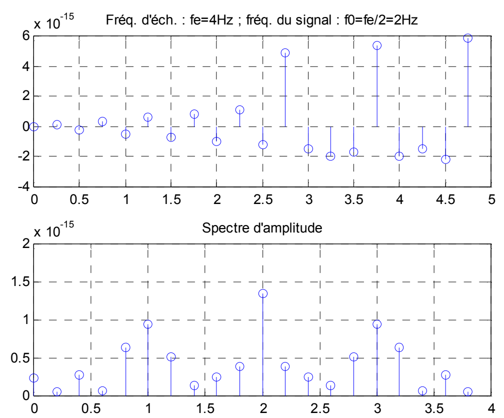
Interpréter les résultats en raisonnant sur le spectre (pour le 3e cas, on précisera quelles sont les valeurs théoriques des échantillons).



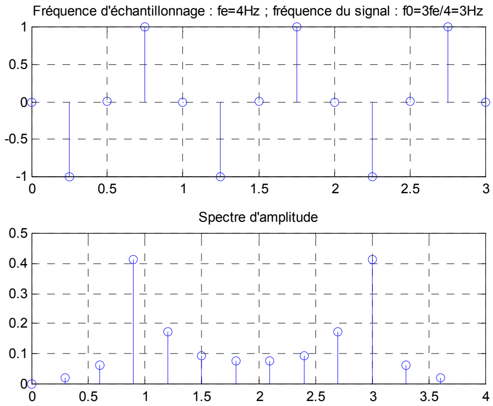
f_0=0,4Hz
$f_0=f_e/10$=0,4Hz
10 échantillons par période



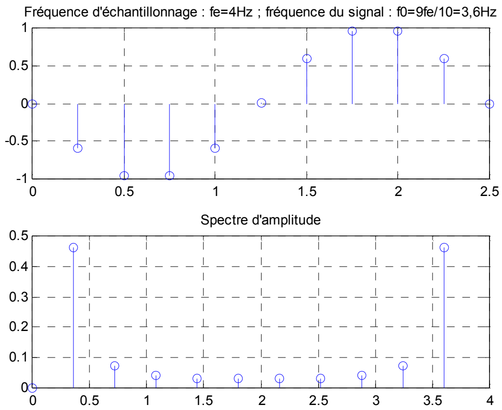
f_e=4Hz
$f_0=f_e/4f_0$=1Hz
4 échantillons par période



f_e=4Hz
$f_0=f_e/2f_0$=2Hz
2 échantillons par période
(limite de Shannon, pose problème ici)



f_e=4Hz
f_0=3f_e/4=3Hz
0,75 échantillon par période

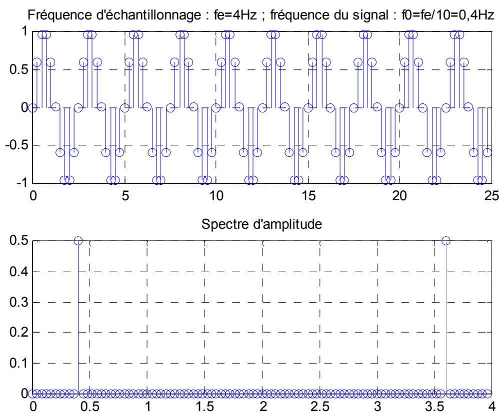


f_e=4Hz
f_0=9f_e/10≈3,6Hz

Filtrage anti-repliement

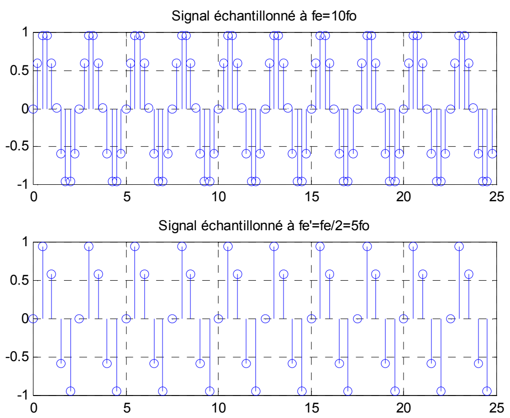
Pour simuler le filtrage anti-repliement, le signal va d'abord être sur-échantillonné, puis sous-échantillonné, d'abord sans puis avec filtrage.

3.1.7) Avec f_0=0,4Hz, afficher le signal sinusoïdal précédent sur-échantillonné d'un facteur 5 (en précisant f_e).

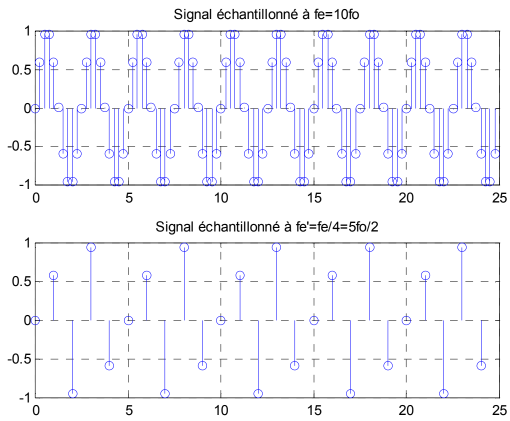


$f_e=5\times2f_0=10f_0$

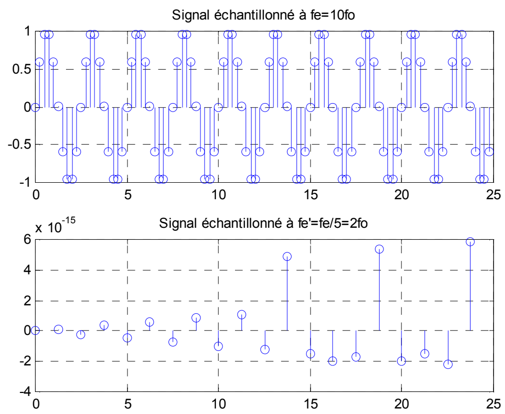
3.1.8) … afficher le signal ainsi sous-échantillonné (par exemple avec les valeurs suivantes de `se` : 2, 5, 7 et 9, ou d'autres valeurs), avec l'axe du temps correctement gradué. Interpréter ces résultats en mettant en évidence le problème posé par l'échantillonnage.



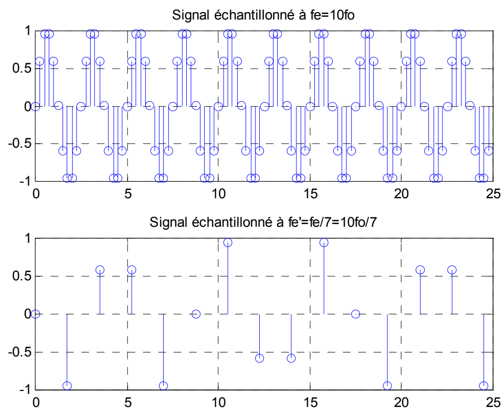
$f_e'=5f_0$



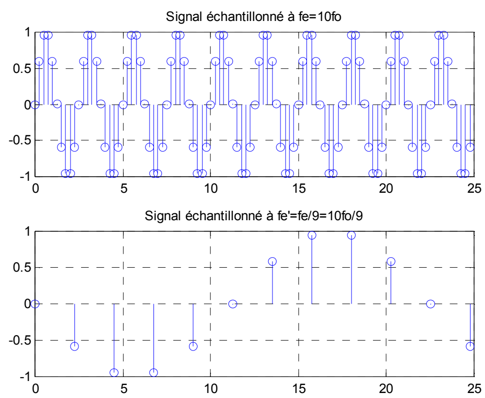
$f_e'=5f_0/2$



$f_e'=f_0=2$



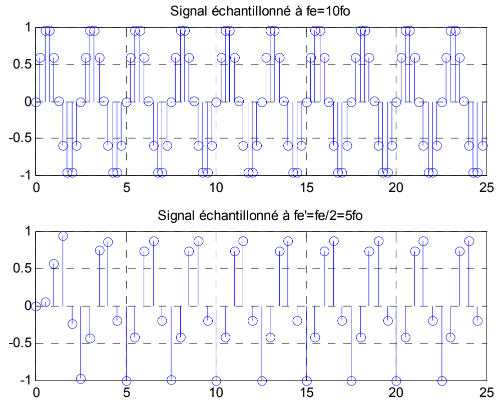
$f_e'=1{,}44f_0$



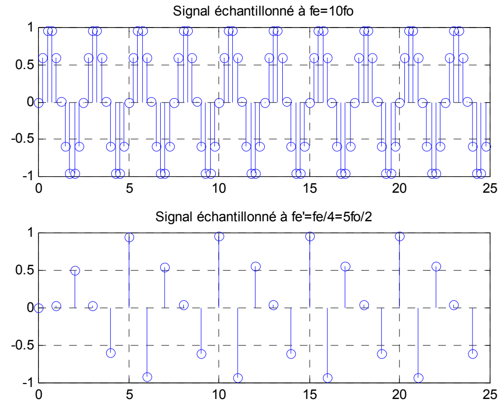
$f_e'=1{,}11f_0$

3.1.9) Recommencer les tests précédents en filtrant (passe-bas) le signal préalablement à son sous-échantillonnage, au moyen de la fonction `filter` et d'un filtre de Butterworth (voir exemple ci-dessous). On choisira la fréquence de coupure et l'ordre du filtre judicieusement. Reprendre les tests de la question précédente et mettre en évidence l'amélioration apportée par ce filtrage.

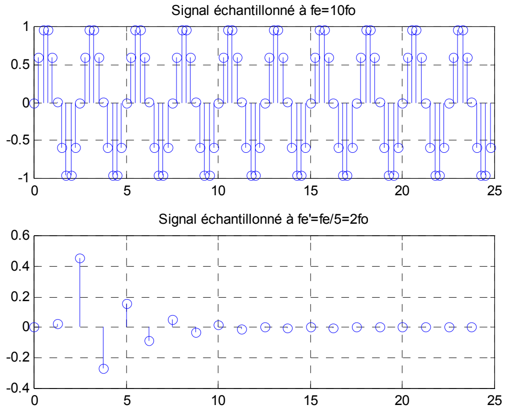
…



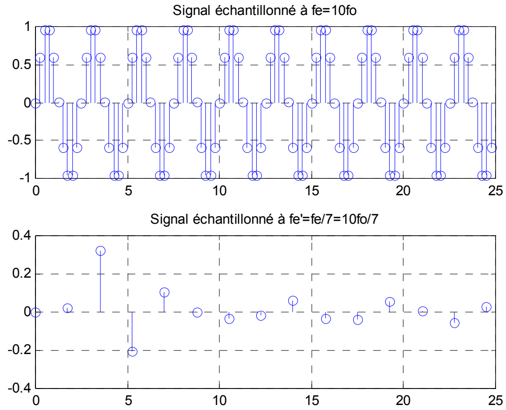
f_e'$=5f_0$



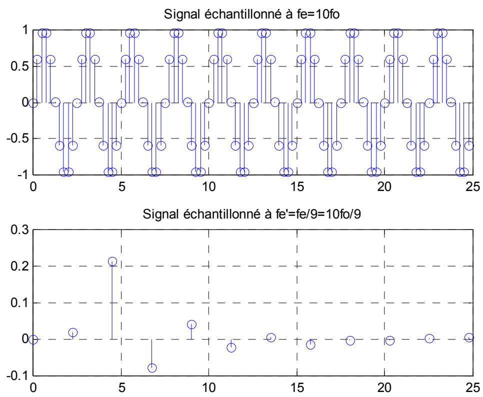
f_e'$=5f_0/2$



f_e'$=f_0=2$



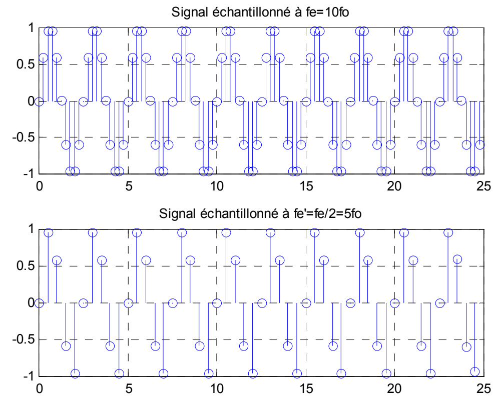
f_e'$=1,44f_0$



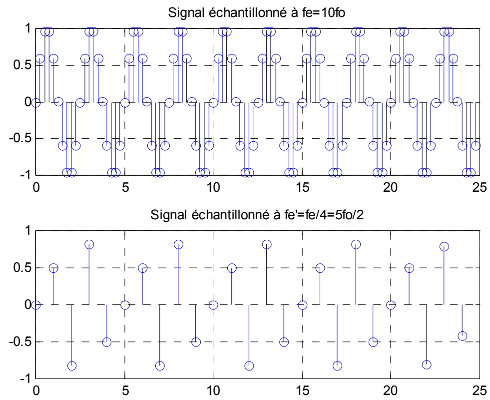
Ne pas tenir compte des phénomène transitoire en début et/ou fin de signal

f_e'$=1,11f_0$

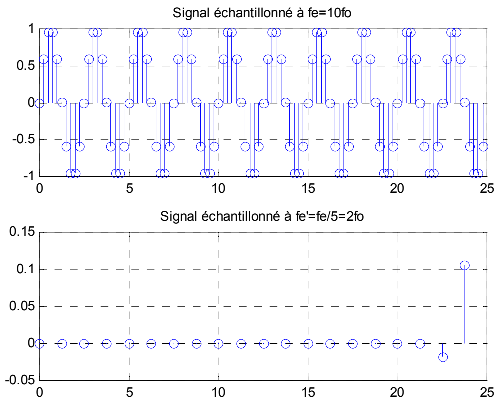
3.1.10) Recommencer la même chose avec la fonction pré-définie de Matlab `decimate`.



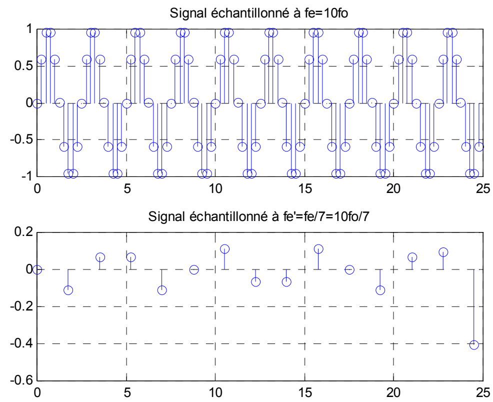
f_e'=5f_0



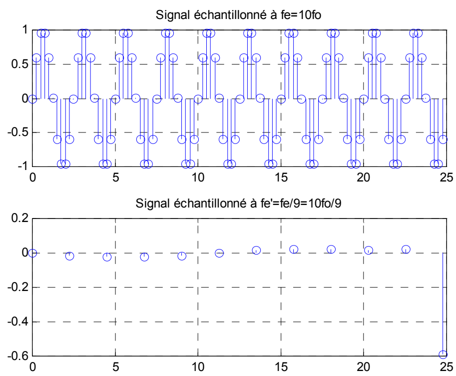
f_e'=5f_0/2



f_e'=f_0=2



f_e'=1,44f_0



f_e'=1,11f_0

Ne pas tenir compte des phénomène transitoire en début et/ou fin de signal