ECOLE CENTRALE D'ELECTRONIQUE ece GROUPE ECE	**Travaux Dirigés de** **Traitement du Signal** **Sujet n°1 : "Etude temporelle des signaux"**	**ING3**

Exercice 1 : Energie, puissance et valeur efficace (*)

Soit x(t) un signal carré logique TTL (état bas : 0V ; état haut : 5V) de rapport cyclique 1/2 et de période T=0,1s.

1) Calculer son énergie sur une période et son énergie totale.
2) Calculer sa puissance moyenne.
3) En déduire sa valeur efficace.

Exercice 2 : Energie et puissance (*)

Calculer l'énergie et la puissance moyenne des signaux suivants :

1) échelon de Heaviside ;
2) fonction porte de largeur T et de hauteur $1/\sqrt{T}$, centrée sur 0, définie par :

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \mathrm{rect}_T(t)$$

Exercice 3 : Propriétés de l'impulsion de Dirac (**)

1) Simplifier les intégrales suivantes :

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\delta(t)dt \quad ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\delta(t+1)dt$$

où s(t) est un signal quelconque.

2) Calculer la valeur numérique de l'intégrale suivante :

$$\int_{0}^{\infty} r(t)\delta(t-1)dt$$

où r(t) est la fonction rampe de pente 1.

(*) facile ; (**) difficulté moyenne ; (***) difficile

Exercice 4 : Convolution discrète (*)

Soient e[k] et h[k] deux séquences numériques définies respectivement par :

e[k]=[0,0,0,1,1,1,1,0,0,0] et h=[1,-1]

La séquence s[k] résultant de la convolution numérique e[k]*h[k], s'obtient en utilisant l'expression de la convolution discrète :

$$s[k] = e[k] * h[k] \qquad \leftrightarrow \qquad s_j = \sum_i e_{j-i}.h_i$$

où s_j représente l'élément d'indice j de la séquence s[k] (on peut par exemple faire commencer les indices à 0).

Pour que cette somme puisse être non-nulle, il faut que le nombre de valeurs que prennent l'indice de h[k] (i) et celui de e[k] (j-i) soient égaux au nombre d'éléments de h[k] et e[k]+1, respectivement. On fera commencer ces indices à 0.

1) Donner l'expression explicite et le calcul de s_3.
2) Calculer la séquence s[k] complète.
3) Interpréter ces résultats du point de vue des plages de fréquences éliminées et conservées.
4) En considérant que h[k] puisse être une réponse impulsionnelle, déterminez la séquence d'entrée δ[k] qui peut donner h[k] en sortie (en justifiant la réponse par le calcul).
5) Proposer une séquence h[k] permettant de réaliser un moyennage du signal e[k] sur 3 valeurs. Mêmes questions qu'en 2) et 3).
6) Vérifier à l'aide de cet exemple que le produit de convolution est bien commutatif.

Exercice 5 : Réponse d'un système linéaire et invariant à une entrée quelconque

On considère un circuit RC dont la réponse impulsionnelle est définie par :

$$h(t) = \frac{1}{RC}\exp(-\frac{t}{RC})$$

1) Représenter cette réponse. (*)
2) Déterminer sa réponse indicielle (réponse à un signal échelon de Heaviside) avec t≥0 (0 pour t<0) et la représenter. (*)
3) En déduire sa réponse à un signal porte défini par :

$$x(t) = rect_T(t - \frac{T}{2}) \qquad (**)$$

avec T>>RC.

4) Même chose pour un signal rampe définie par x(t)=t entre 0 et 1, x(t)=0 ailleurs. (**)

Exercice 6 : Convolution avec réponse impulsionnelle (***)

1) Le calcul de la moyenne mobile (ou glissante) d'un signal sur une durée T consiste à calculer, à chaque instant t, l'intégrale d'un signal de t-T à T. Montrer que ce calcul est une convolution avec la fonction rectangulaire centrée sur T/2, définie par :

$$h(t) = \frac{1}{T} rect_T(t - \frac{T}{2})$$

2) Estimer sans calcul le résultat de la convolution de ce signal avec le signal défini par :

$$h(t) = rect_{2T}(t - T)$$

puis le démontrer par le calcul.

(*) facile ; (**) difficulté moyenne ; (***) difficile