

# Electronique numérique

- Travaux Dirigés -

**Sujet n°2 :**

- "Expression d'une fonction logique sous forme somme-de-produits et produit-de-sommes"
- "Simplification des fonctions logiques par tableaux de Karnaugh"

## Exercice 1 : Mise sous forme "somme-de-produits" standard d'une fonction logique

Déterminer la forme somme-de-produits (ou disjonctive) standard (ou canonique) de la fonction suivante :

$$f = \overline{A}\overline{B} + A.B.\overline{C}.D$$

## Exercice 2 : Mise sous forme "somme-de-produits" standard d'une fonction logique puis sous forme "produit-de-sommes" standard

Soit la fonction logique définie par :

$$F(A,B,C) = 1 \text{ si une variable et une seule est égale à 1.}$$

Déterminer :

- 1) sa forme disjonctive standard
- 2) sa forme conjonctive standard, en utilisant 3 méthodes différentes.

## Exercice 3 : Mise sous forme "somme-de-produits"

Soit la fonction logique définie par :

$$F(A,B,C) = 1 \text{ si le nombre de variable à 1 est paire.}$$

Montrer que cette fonction est un OU EXCLUSIF à 3 entrées.

## Exercice 4 : Mise sous forme "somme-de-produits" standard d'une fonction logique puis sous forme "produit-de-sommes" standard

- 1) Déduire la fonction booléenne simplifiée (forme "somme de produits", ou disjonctive) de la table de vérité suivante :

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

- 2) Retrouver ce résultat à l'aide d'un tableau de Karnaugh

### Exercice 5 : Simplification d'une fonction logique par la méthode de Karnaugh

1) Soit la fonction logique suivante

$$F_1(a, b, c, d) = \Sigma(1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13)$$

- La simplifier par la méthode de Karnaugh en utilisant 2 regroupements possibles.
- Montrer que les 2 fonctions simplifiées obtenues sont identiques (par exemple en faisant apparaître des termes adéquats).

2) Simplifier par la méthode de Karnaugh la fonction suivante

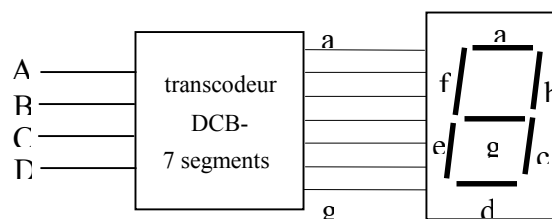
$$F_2(a, b, c, d, e) = \Sigma(1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17)$$

3) Simplifier par la méthode de Karnaugh la fonction suivante

$$F_3(a, b, c, d) = \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + a \bar{b} \bar{d} + a b \bar{c} \bar{d} + a b c \bar{d}$$

### Exercice 6 : Transcodeur DCB-7 segments

Un transcodeur DCB (Décimal Codé en Binaire) vers 7 segments permet de visualiser sur un afficheur à 7 LEDs (Light-Emitting Diodes) la valeur décimale d'un chiffre codé en binaire.



- On suppose que les combinaisons des variables d'entrée ne correspondant pas à un chiffre décimal peuvent se produire et que l'on souhaite que tous les segments restent éteints dans ces cas-là. Déterminer la fonction logique permettant d'obtenir le segment "a".
- On suppose maintenant que ces combinaisons ne risquent pas de se produire. En effectuant les simplifications adéquates, déterminer à nouveau la fonction logique correspondant au segment "a".

## Annexe : Détermination de la forme PDS (Produit-de-Sommes) d'une fonction logique

### A partir de la forme Somme-de-Produits (SDP) de la fonction logique

On peut passer de la forme SDP à la forme PDS. Il faut :

- exprimer  $\bar{F}$ , la simplifier et la mettre sous forme SDP
- appliquer le principe de dualité à l'expression obtenue, en :
  - remplaçant  $\bar{F}$  par F ;
  - remplaçant  $\times$  par + et vice-versa ;
  - complémentant les variables.

Par exemple, avec la fonction OU EXCLUSIF sous forme PDS standard :

$$F(A, B) = \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

On a :

$$\bar{F} = \overline{\bar{A}.B + A.\bar{B}} = \overline{\bar{A}.B} . \overline{A.\bar{B}} = (A + B)(\bar{A} + \bar{B}) = A.\bar{A} + \bar{B}.A + A.\bar{B} + \bar{B}.\bar{B} = \bar{A}.\bar{B} + A.B$$

On applique alors le principe de dualité au résultat :

$$F = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$$

(1<sup>ère</sup> méthode vue en cours)

### A partir de la table de vérité

On considère les lignes où la fonction vaut 0. Chacune de ces lignes correspond à un terme du PDS.

On écrit la forme SDP ; le résultat correspond à  $\bar{F}$ .

Par exemple, pour la table de vérité du OU EXCLUSIF :

A	B	F(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

On a :

$$\bar{F}(A, B) = \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

On transforme alors la SDP en PDS en utilisant le théorème de DeMorgan :

$$\bar{F}(A, B) = \bar{A}.B + A.\bar{B} = \overline{A + B} + \overline{\bar{A} + \bar{B}} = \overline{(A + B).(\bar{A} + \bar{B})}$$

d'où

$$F(A, B) = (A + B).(\bar{A} + \bar{B})$$

(2<sup>e</sup> méthode vue en cours)

On peut remarquer qu'on peut également écrire directement le PDS à partir de la table de vérité, en considérant les lignes où f vaut 0, et en complémentant les variables (3<sup>e</sup> méthode vue en cours).